ALGEBRA

C — 10

87. If $X = 3 + 2\sqrt{2}$, $X > 0$, then the value of $\sqrt{X} - \frac{1}{\sqrt{X}}$ is :

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$

(C) 2 (D) $2\sqrt{2}$

SSC CGL 2022

$x = 3 + 2\sqrt{2}$

$\frac{1}{x} = 3 - 2\sqrt{2}$

$x + \frac{1}{x} = 2 \times 3$
$= 6$

$\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6 - 2}$

$= \sqrt{4} = 2$

92. If $X = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}$, and $Y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{4}}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}$, then the value of $\frac{X^2-XY+Y^2}{X^2+XY+Y^2}$?

(A) $\frac{361}{363}$

(B) $\frac{341}{343}$

(C) $\frac{384}{387}$

(D) $\frac{321}{323}$

SSC CGL 2022

$$x+\frac{1}{x} = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2} = \frac{2(5+4)}{5-4} = 18$$

$$x^2+\frac{1}{x^2} = (18)^2-2 = 322$$

$$\frac{x^2+\frac{1}{x^2}-xy}{x^2+\frac{1}{x^2}+xy} = \frac{322-1}{322+1} =$$

$b = \frac{1}{a}$

94. If $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$, and $a = \frac{1}{b}$, then $\frac{a^2+b^2-3ab}{a^2+ab+b^2}$ is equal to:

(A) $\frac{27}{31}$ ✓

(B) $\frac{27}{32}$

(C) $\frac{29}{33}$

(D) $\frac{29}{31}$

SSC CHSL 2019

$a + \frac{1}{a} = 2 \times \sqrt{8}$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{8})^2 - 2$

$= 30$

$\frac{a^2 + \frac{1}{a^2} - 3ab}{a^2 + \frac{1}{a^2} + ab}$

$\frac{29}{31} = \frac{30-3}{30+1} \Leftarrow$

95. If $3x - 2y = 10$ and $xy = 11$ then find the value of $27x^3 - 8y^3$

(A) 2569
(B) 3336
(C) 3170
(D) 2980

RRB GROUP-D 2022

$27x^3 - 8y^3$

$\Rightarrow (3x)^3 - (2y)^3$

$= (3x-2y)^3 + 3 \cdot 3x \cdot 2y(3x-2y)$

$= (10)^3 + 18 \times 11 (10)$

$= 1000 + 1980$

$= 2980$

95. If $3x - 2y = 10$ and $xy = 11$ then find the value of $27x^3 - 8y^3$

(A) 2569

(B) 3336

(C) 3170

(D) 2980

RRB GROUP-D 2022

$$27x^3 - 8y^3$$

$$\Rightarrow (3x)^3 - (2y)^3$$

$$= (3x - 2y)\left[(3x - 2y)^2 + 3 \cdot 3x \cdot 2y\right]$$

$$= 10\left[100 + 198\right]$$

$$= 2980 \text{ A}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= (a-b)\left[(a-b)^2 + 3ab\right]$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a+b)\left[(a+b)^2 - 3ab\right]$$

96. If $a + b = 10$ and $a^2 + b^2 = 68$, find $a^3 + b^3$.

(A) 620 (B) 560
(C) 520 (D) 540

RRB NTPC 2020

$a+b=10$ / $a^2+b^2=68$

a^3+b^3

$= (a+b)[(a+b)^2-3ab]$

$= 10[100-48]$

$= 10 \times 52 = 520$

$(a+b)^2=(10)^2$

$\Rightarrow a^2+b^2+2ab=100$

$\Rightarrow 68+2ab=100$

$2ab=32$

$ab=16$

$x + \frac{1}{x} = 2$

$x = 1$

97. *If x satisfies the equation* $x^2 - 2x + 1 = 0$, *then the value of* $x^3 - \frac{1}{x^3}$ is :

(A) 1

(B) -1

(C) 0 ✓

(D) $\frac{1}{3}$

RRB NTPC 2020

97. *If x satisfies the equation* $x^2 - 2x + 1 = 0$, *then the value of* $x^3 - \frac{1}{x^3}$ is :

(A) 1 (B) -1

(C) 0 ✓ (D) $\frac{1}{3}$

RRB NTPC 2020

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + (1)^2 = 0$

$\Rightarrow (x-1)^2 = 0$

$\Rightarrow x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = 1$

98. *If* $x + y = 9, x^2 + y^2 = 41$ *then find the value of* $x^3 + y^3$.

(A) 189 (B) 249
(C) 289 (D) 100

RRB GROUP-D - 2018

$(x+y)^2 = (9)^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 81$

$\Rightarrow 41 + 2xy = 81$

$xy = 20$

$x^3 + y^3$

$= (x+y)[(x+y)^2 - 3xy]$

$= 9\ [81 - 60]$

$= 9 \times 21 = 189$ A

99. If $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1, a \neq 0, b \neq 0,$ then find the value of $\frac{a^3 + b^3}{3ab}$

(A) 3

(B) 0

(C) 2

(D) -4

SSC CPO 2024

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$

$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} = 1$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = ab$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - ab = 0$

$\frac{a^3 + b^3}{3ab}$

$= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{3ab}$

$= 0$

100. If $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=1$ and $x+y=2$, then the value of x^3+y^3 is:

(A) 0
(B) 1
(C) 3
(D) 2

SSC CPO 2023

$x^2+y^2-xy=0$

x^3+y^3

$=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$=2\times 0$

$=0$ A

101. ***Determine the value of the product*** $(4a + 3b)(16a^2 - 12ab + 9b^2)$ ***for*** $a = 2$ ***and*** $b = 3$.

(A) 1131

(B) 1141

(C) 1231

(D) 1241

SSC CPO 2024

$(4a+3b)(16a^2-12ab+9b^2)$

$= (4a+3b)\{(4a)^2 - 4a\cdot 3b + (3b)^2\}$

$= (4a)^3 + (3b)^3$

$= (8)^3 + (9)^3$

$= 512 + 729$

$= 1241$

102 *If $a^3 + b^3 = 217$ and $a + b = 7$, then the value of ab is:*

(A) -6
(B) -1
(C) 7
(D) 6

SSC CPO 2020

$a^3 + b^3 = 217$

$= (a+b)[(a+b)^2 - 3ab] = 217$

$\Rightarrow 7[49 - 3ab] = 217$ (217/7 = 31)

$\Rightarrow -3ab = -18$

$ab = 6$

103. *If* $x + y = 10$ *and* $xy = 12$, *find the value of* $x^2 - xy + y^2$.

(A) 78 (B) 74

(C) 64 (D) 82

SSC Phase-XII 21/06/2024 (shift-03)

$x^2 - xy + y^2$

$\Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 - 3xy$

$\Rightarrow (x+y)^2 - 3xy$

$\Rightarrow (10)^2 - 3 \times 12$

$= 100 - 36$

$= 64$ A

103. *If* $x + y = 10$ *and* $xy = 12$, *find the value of* $x^2 - xy + y^2$.

(A) 78
(B) 74
(C) 64
(D) 82

SSC Phase-XII 21/06/2024 (shift-03)

$x^2 - xy + y^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - xy$

$\Rightarrow (x+y)^2 - 2xy - xy$

$= (x+y)^2 - 3xy$

$\Rightarrow (10)^2 - 3 \times 12$

$= 64$

104. *If* $a - b = 5$ *and* $ab = 25$, *then the value of* $a^3 - b^3$ *is:*

(A) 525
(B) 500
(C) 450
(D) 400

SSC Phase-XII 21/06/2024 (shift-03)

$a^3 - b^3$

$\Rightarrow (a-b)\left[(a-b)^2 + 3ab\right]$

$\Rightarrow 5\,[25 + 75]$

$= 500$

105. If $a^3 - b^3 = 216$ and $a - b = 6$, then $(a+b)^2 - ab$ is equal to:

(A) 38
(B) 42
(C) 52
(D) 36

SSC Phase-XII 21/06/2024 (shift-03)

H.W

106. $If\ (a - b) = 9, and\ (a^3 - b^3) = 4401, find\ the\ value\ of\ ab.$

(A) 190 (B) 112

(C) 162 (D) 136

SSC Phase-XII 21/06/2024 (shift-03)

H.W